2018학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가

수학영역 나형 정답 및 풀이

01. ③	02. ④	03. ②	04. ③	05. ①
06. ①	07. ⑤	08. ②	09. ⑤	10. ③
11. ④	12. ②	13. ⑤	14. ④	15. ②
16. ⑤	17. ④	18. ①	19. ①	20. ③
21. ①	22. 15	23. 35	24. 8	25. 3
26. 19	27. 6	28. 43	29. 13	
30. 243				

1. **출제의도** : 지수법칙을 이용하여 지수를 포함한 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$3\times 27^{\frac{1}{3}}=3\times(3^3)^{\frac{1}{3}}=3\times 3=9$

정답 ③

2. **출제의도** : 합집합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$A\cup B=\{1,2\}\cup\{1,2,4\}=\{1,2,4\}$

따라서 집합 $A\cup B$의 모든 원소의 합은

$1+2+4=7$

정답 ④

3. **출제의도** : 수열의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{n\to\infty}\frac{8^{n+1}-4^n}{8^n+3}=\lim_{n\to\infty}\frac{8-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\frac{3}{8^n}}$$
$$=\frac{8-0}{1+0}$$
$$=8$$

정답 ②

4. **출제의도** : 합성함수의 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$(g\circ f)(1)=g(f(1))$

$=g(2)=6$

정답 ③

5. **출제의도** : 두 사건이 독립인 경우의 성질을 이용하여 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$

이때, $\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3}$이므로

$\frac{2}{3}\times\mathrm{P}(B)=\frac{1}{9}$

따라서

$\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$

정답 ①

6. **출제의도** : 조건 p가 조건 q이기 위한 필요조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 p가 조건 q이기 위한 필요조건이 되기 위해서는

$q\Longrightarrow p$

즉, $x-3=0$ 에서 $x=3$이 방정식 $x^2+2x-a=0$의 근이 되어야 하므로

$3^2+2\times3-a=0$, $a=15$

정답 ①

7. **출제의도** : 같은 것이 있는 순열의 수를 이용하여 최단거리로 가는 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

A지점에서 P지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{2!\times 2!}=6$

또, P지점에서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$\frac{4!}{3!\times 1!}=4$

따라서 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는

$6\times 4=24$

정답 ⑤

8. **출제의도** : 자연수를 분할하는 방법의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$8=5+1+1+1$

$=4+2+1+1$

$=3+3+1+1$

$=3+2+2+1$

$=2+2+2+2$

따라서 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는 5이다.

정답 ②

9. **출제의도** : 함수의 좌극한과 우극한의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\lim_{x\to 0-} f(x)=1$,

$\lim_{x\to 1+} f(x)=1$

이므로

$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 1+} f(x)=1+1=2$

정답 ⑤

10. **출제의도** : 미분법을 이용하여 함수의 최솟값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=3x^2-3=3(x-1)(x+1)$ 에서

$f'(x)=0$의 근은

$x=-1$ 또는 $x=1$

즉, $x=-1$에서 극대, $x=1$에서 극소를 가진다.

따라서, 닫힌 구간 $[-1,\ 3]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값은

$f(1)=1-3+5=3$

$f(3)=27-9+5=23$

이므로

3이다.

정답 ③

11. **출제의도** : 합성함수의 성질과 역함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(-1)=(-1)^3+1=0$

이므로

$(g^{-1}\circ f)(-1)=g^{-1}(f(-1))=g^{-1}(0)$

이때, $g^{-1}(0)=k$라 하면

$g(k)=0$이다.
즉, $g(k)=k-4=0$에서
$k=4$
따라서
$(g^{-1}\circ f)(-1)=4$

정답 ④

12. **출제의도** : 대우를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
'$a \ge \sqrt{3}$ 이면 $a^2 \ge 3$이다'의 대우는
'$a^2 < 3$ 이면 $a < \sqrt{3}$' 이다.

정답 ②

13. **출제의도** : 함수의 점근선의 교점의 좌표를 구할 수 있는가?

정답풀이 :
$$y=\frac{4x-5}{x-1}=\frac{4(x-1)-1}{x-1}=-\frac{1}{x-1}+4$$
이므로 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=1$, $y=4$이다.
이때, 두 점근선의 교점의 좌표는
$(1,\ 4)$이므로
$a=1$, $b=4$
이다. 따라서
$a+b=1+4=5$

정답 ⑤

14. **출제의도** : 함수가 연속이 될 조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
주어진 함수가 $x=3$에서만 연속이면 실수 전체의 집합에서 연속이므로
$$\lim_{x\to3}f(x)=f(3)$$
을 만족시키면 된다.
즉,
$$\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+a}{x-3}=b$$
이 성립해야 하고 $x\to3$일 때 (분모)$\to0$이므로 (분자)$\to0$이어야 한다.
따라서,
$$\lim_{x\to3}(x^2-5x+a)=9-15+a=0$$
에서 $a=6$
$$b=\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}$$
$$=\lim_{x\to3}\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}$$
$$=\lim_{x\to3}(x-2)=1$$
이므로
$a+b=6+1=7$

정답 ④

15. **출제의도** : 등차수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
이차방정식 $x^2-14x+24=0$의 두 근이 a_3, a_8이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$a_3+a_8=14$
이때, 수열 $\{a_n\}$이 등차수열이므로
$$\sum_{n=3}^{8}a_n=\frac{6(a_3+a_8)}{2}$$
$$=\frac{6\times14}{2}$$
$$=42$$

정답 ②

[참고]
이차방정식 $x^2-14x+24=0$의 두 근이 a_3, a_8이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해
$a_3+a_8=14$, $a_3a_8=24$
등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d(d>0)$이라고 하면
$a_3+a_8=(a_1+2d)+(a_1+7d)=14$에서
$2a_1+9d=14$
$a_1=7-\frac{9}{2}d$ …… ㉠
또,
$a_3a_8=(a_1+2d)(a_1+7d)=24$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면
$\left(7-\frac{5}{2}d\right)\left(7+\frac{5}{2}d\right)=24$
$49-\frac{25}{4}d^2=24$
$d^2=4$
이때, $d>0$이므로
$d=2$
$d=2$를 ㉠에 대입하면
$a_1=-2$
따라서 등차수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 -2이고 공차가 2인 수열이므로 일반항 a_n은
$a_n=2n-4$
이다.

16. **출제의도** : 함수가 미분이 가능할 조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
주어진 함수는 $x=-2$에서만 미분이 가능하면 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

또한, $x=-2$에서 미분가능하면 $x=-2$에서 연속이므로
$\lim_{x\to-2-}f(x)=\lim_{x\to-2+}f(x)$
$\lim_{x\to-2-}(x^2+ax+b)=\lim_{x\to-2+}2x$
$4-2a+b=-4$
$2a-b=8$, $b=2a-8$…㉠
그리고
$\lim_{h\to0-}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$
$=\lim_{h\to0-}\frac{\{(-2+h)^2+a(-2+h)+(2a-8)\}+4}{h}$
$=\lim_{h\to0-}\frac{h^2+(a-4)h}{h}$
$=a-4$
$\lim_{h\to0+}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$
$=\lim_{h\to0+}\frac{2(-2+h)+4}{h}$
$=\lim_{h\to0+}\frac{2h}{h}$
$=2$
이므로 $a-4=2$ 에서 $a=6$
㉠에 대입하면 $b=4$ 이므로
$a+b=10$

정답 ⑤

17. **출제의도** : 수직선 위를 움직이는 점의 위치와 속도의 관계를 이용하여 점이 운동 방향을 바뀌는 시각을 알 수 있는가?

정답풀이 :
점 P의 시각 t에서의 위치 x가
$x=t^3-12t+k$

이므로

점 P의 시각 t에서의 속도 v는

$v=3t^2-12$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀔 때의 점 P의속도는 0이므로

$3t^2-12t=0$에서

$3(t+2)(t-2)=0$

이때, $t>0$이므로

$t=2$

이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀌므로 $t=2$일 때, 점 P의 위치는 원점이다.

즉, $2^3-12\times2+k=0$에서

$k=16$

정답 ④

18. **출제의도** : 급수를 이용하여 반복되는 도형의 넓이에 대한 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

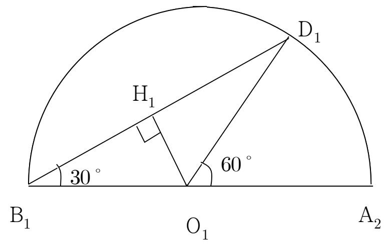
변 B_1C_1의 중점을 M_1이라 하면

$\overline{B_1M_1}=\sqrt{3}$, $\angle A_2B_1M_1=30^\circ$

이므로

$\overline{A_2B_1}=2$

따라서, $\overline{A_2B_1}$의 중점을 O_1, 변 A_1B_1과 지름이 A_2B_1인 반원과 만나는 점을 D_1, 점 O_1에서 선분 B_1D_1에 내린 수선의 발을 H_1이라 하면



$\overline{B_1O_1}=1$, $\overline{O_1H_1}=\frac{1}{2}$, $\overline{B_1H_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

도형 $B_1A_2D_1$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}+\pi\times1^2\times\frac{60^\circ}{360^\circ}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{6}$

또한, 삼각형 $A_1B_1C_1$의 높이는

$\overline{A_1M_1}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$

이고 삼각형 $A_2B_2C_2$의 높이는

$\overline{A_2M_1}=1$

이므로 두 삼각형 $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$의 닮음비는 $3:1$에서 수열 $\{S_n\}$의 공비는 $\frac{1}{9}$

이다.

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{6}\right)}{1-\frac{1}{9}}$$

$$=\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$$

정답 ①

19. **출제의도** : 이항정리에 관련된 추론 문제를 해결할 수 있는가?

정답풀이 :

$(x+a^2)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수는

${}_nC_{n-1}\times a^2={}_nC_1\times a^2=a^2n$이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n=x^2(x+a)^n-2a(x+a)^n$

에서

$x^2(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는

$(x+a)^n$을 전개하였을 때 x^{n-3}의 계수와

같으므로

$${}_n\mathrm{C}_{n-3}\times a^3={}_n\mathrm{C}_3\times a^3=\boxed{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}}\times a^3$$

이고,

$2a(x+a)^n$을 전개하면 x^{n-1}의 계수는

$2a\times({}_n\mathrm{C}_{n-1}\times a)=2a\times({}_n\mathrm{C}_1\times a)=2a^2n$

이다.

따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$의 전개식에서

x^{n-1}의 계수는

$$\boxed{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}}\times a^3-2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n=\boxed{\frac{n(n-1)(n-2)}{6}}\times a^3-2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하면

$6a^2n=n(n-1)(n-2)a^3-12a^2n$
$18a^2n=n(n-1)(n-2)a^3$

이때, $n\geq 4$이고, a는 자연수이므로

위 식의 양변을 a^2n으로 나누면

$18=(n-1)(n-2)a$

a를 n에 관한 식으로 나타내면

$$a=\frac{18}{\boxed{(n-1)(n-2)}}$$

이다 여기서 a는 자연수이므로

$(n-1)(n-2)$는 18의 약수이어야 한다.

한편 n은 4이상의 자연수이므로

$(n-1)(n-2)\geq 6$

이다.

따라서 $(n-1)(n-2)$의 값이 될 수 있는 것은 6, 9, 18이다.

(i) $(n-1)(n-2)=6$일 때,

$n^2-3n+2=6$

$n^2-3n-4=0$

$(n+1)(n-4)=0$
$n=-1$ 또는 $n=4$

이때, $n\geq 4$이어야 하므로

$n=4$

이다.

(ii) $(n-1)(n-2)=9$일 때,

$n^2-3n+2=9$
$n^2-3n-7=0$

$$n=\frac{3\pm\sqrt{37}}{2}$$

즉, 자연수 n의 값은 존재하지 않는다.

(iii) $(n-1)(n-2)=18$일 때,

$n^2-3n+2=18$
$n^2-3n-16=0$

$$n=\frac{3\pm\sqrt{73}}{2}$$

즉, 자연수 n의 값은 존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서

$n=\boxed{4}$

이다.

이상에서

$$f(n)=\frac{n(n-1)(n-2)}{6},$$

$g(n)=(n-1)(n-2)$,

$k=4$

이다. 따라서

$$\begin{aligned}f(4)+g(4)&=\frac{4\times3\times2}{6}+3\times2\\&=4+6\\&=10\end{aligned}$$

정답 ①

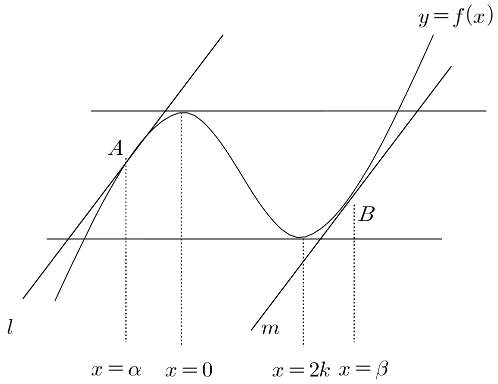
20. **출제의도** : 접선을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x)=x^2-2kx=x(x-2k)$이고

$A(\alpha, \frac{1}{3}\alpha^3 - k\alpha^2 + 1)$, $B(\beta, \frac{1}{3}\beta^3 - k\beta^2 + 1)$

$(\alpha < \beta)$라 하면 주어진 조건을 만족시키는 경우는 다음 그림과 같고 도형의 모양은 평행사변형이다.



또한, $f'(\alpha) = \alpha^2 - 2k\alpha = 3k^2$ 에서

$\alpha^2 - 2k\alpha - 3k^2 = 0$, $(\alpha - 3k)(\alpha + k) = 0$

이므로

$\alpha = -k$ $(\alpha < 0 < \beta)$

즉, $\beta = 3k$ 이다.

그리고

$f(0) = 1$

$$f(2k) = \frac{8k^3}{3} - 4k^3 + 1 = 1 - \frac{4}{3}k^3$$

이므로

$$f(0) - f(2k) = \frac{4}{3}k^3$$

또한, 점 A에서의 접선 l의 방정식은

$$y - (-\frac{4}{3}k^3 + 1) = 3k^2(x + k)$$

$$y = 3k^2x + \frac{5}{3}k^3 + 1$$

점 B에서의 접선 m의 방정식은

$y - 1 = 3k^2(x - 3k)$

$y = 3k^2x - 9k^3 + 1$

따라서 직선 $y = 1$과 두 접선 l, m의 교점의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 하면

$$x_1 = -\frac{5}{9}k, \ x_2 = 3k$$

이므로

$$x_2 - x_1 = 3k + \frac{5}{9}k = \frac{32}{9}k$$

이때 평행사변형의 넓이는 24이므로

$$\frac{4}{3}k^3 \times \frac{32}{9}k = 24, \ k^4 = \frac{81}{16}$$

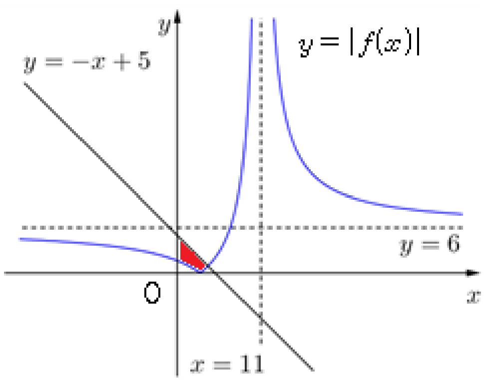
따라서 $k = \frac{3}{2}$이다.

정답 ③

21. **출제의도** : 함수의 그래프를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수를 구할 수 있는가?

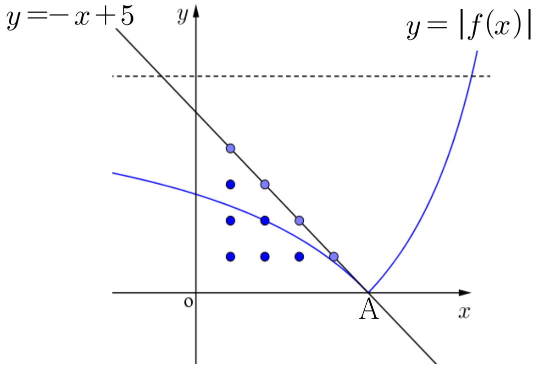
정답풀이 :

함수 $y = \frac{k}{x-11} + 6 (k \geq 36)$의 그래프의 점근선의 방정식은 $x = 11$, $y = 6$이고, $k > 0$이므로 함수 $y = |f(x)|$의 그래프의 개형은 다음 그림과 같고, 주어진 조건을 만족시키는 영역 중 $x > 0$, $y > 0$인 부분은 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.

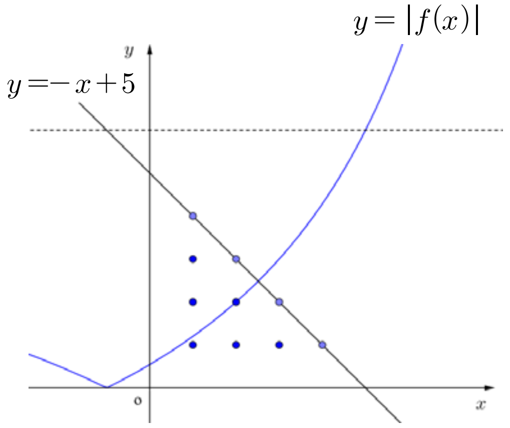


함수 $y = |f(x)|$의 그래프와 x축이 만나

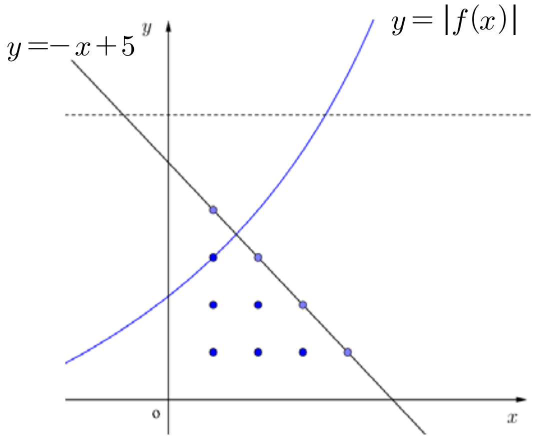
는 점을 A$(a,\ 0)$이라 하자.
$k=36$일 때,
$$\frac{36}{x-11}+6=0$$에서
$a=5$
이다.
한편, k의 값이 커질수록 점 A의 x좌표는 작아진다.
$k=36$일 때, 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 6이다.



함수 $y=|f(x)|$의 그래프 중 $y=-f(x)$의 그래프와 일치하는 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지날 때, 즉
$$-\left(\frac{k}{2-11}+6\right)=2$$
에서
$k=72$
이때 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 5이다.
따라서
$k>72$ …… ㉠



함수 $y=|f(x)|$의 그래프 중 $y=-f(x)$의 그래프와 일치하는 그래프가 점 $(1,\ 3)$를 지날 때, 즉
$$-\left(\frac{k}{1-11}+6\right)=3$$
에서
$k=90$
이때 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수는 2이다.
따라서
$k\le 90$ …… ㉡



㉠, ㉡에서
$72<k\le 90$
따라서 구하는 자연수 k의 개수는
18

정답 ①

EBS

22. **출제의도** : 조합의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$${}_6C_4 = {}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$$

정답 15

23. **출제의도** : 다항함수의 미분법을 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x) = 5x^5 + 3x^3 + x$에서

$f'(x) = 25x^4 + 9x^2 + 1$

따라서

$f'(1) = 25\times1^4 + 9\times1^2 + 1 = 35$

정답 35

24. **출제의도** : 조건을 만족시키는 집합의 개수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

집합 A는 1, 2, 3을 원소로 가지면 안되므로 구하고자 하는 집합 A의 개수는

$2^{6-3} = 2^3 = 8$

정답 8

25. **출제의도** : 로그의 성질을 이용하여 로그를 포함한 식의 값을 계산할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned}\log_3\frac{9}{2} + \log_3 6 &= \log_3\left(\frac{9}{2}\times6\right)\\ &= \log_3 3^3\\ &= 3\log_3 3\\ &= 3\end{aligned}$$

정답 3

26. **출제의도** : 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면

$\frac{a_3}{a_2} - \frac{a_6}{a_4} = r - r^2 = \frac{1}{4}$

$4r^2 - 4r + 1 = 0$, $(2r-1)^2 = 0$

$r = \frac{1}{2}$

따라서 $a_n = 3\times(\frac{1}{2})^{n-1}$ 이므로

$a_5 = 3\times(\frac{1}{2})^4 = \frac{3}{16}$

따라서 $p=16$, $q=3$ 이므로

$p+q=19$

정답 19

27. **출제의도** : 함수의 그래프를 평행이동 또는 대칭이동한 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{a(x+4)+b}+c+3$

이 함수의 그래프를 y축에 대하여 대칭

이동하면

$y=\sqrt{a(-x+4)+b}+c+3$

즉, $y=\sqrt{-ax+4a+b}+c+3$ …… ㉠

이다. 이때, ㉠의 그래프와 함수

$y=\sqrt{-2x+9}+6$의 그래프가 일치하므로

$-a=-2$, $4a+b=9$, $c+3=6$

따라서 $a=2$, $b=1$, $c=3$이므로

$a+b+c=2+1+3=6$

정답 6

28. 출제의도 : 조건부 확률을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$2m \geq n$인 사건을 A, 흰 공의 개수가 2인 사건을 B라 하자.

(i) $m=1$, $n=2$일 확률

$$\frac{{}_3C_1 \times {}_4C_2}{{}_7C_3}=\frac{18}{35}$$

(ii) $m=2$, $n=1$일 확률

$$\frac{{}_3C_2 \times {}_4C_1}{{}_7C_3}=\frac{12}{35}$$

(iii) $m=3$, $n=0$일 확률

$$\frac{{}_3C_3}{{}_7C_3}=\frac{1}{35}$$

따라서

$$P(A)=\frac{18}{35}+\frac{12}{35}+\frac{1}{35}=\frac{31}{35}$$

또한, $P(A\cap B)=\dfrac{12}{35}$ 이므로

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$$=\frac{\frac{12}{35}}{\frac{31}{35}}$$

$$=\frac{12}{31}$$

즉, $p=31$, $q=12$ 이므로

$p+q=43$

정답 43

29. 출제의도 : 귀납적으로 주어진 수열의 특정한 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 $d(d\neq 0)$라 하자.

$b_2=b_1+a_2=a_1+(a_1+d)=2a_1+d$

$b_3=b_2-a_3=(2a_1+d)-(a_1+2d)=a_1-d$

$b_4=b_3+a_4=(a_1-d)+(a_1+3d)=2a_1+2d$

$b_5=b_4+a_5=(2a_1+2d)+(a_1+4d)=3a_1+6d$

$b_6=b_5-a_6=(3a_1+6d)-(a_1+5d)=2a_1+d$

$b_7=b_6+a_7=(2a_1+d)+(a_1+6d)=3a_1+7d$

$b_8=b_7+a_8=(3a_1+7d)+(a_1+7d)=4a_1+14d$

$b_9=b_8-a_9=(4a_1+14d)-(a_1+8d)=3a_1+6d$

$b_{10}=b_9+a_{10}=(3a_1+6d)+(a_1+9d)=4a_1+15d$

이때, $b_{10}=a_{10}$이므로

$4a_1+15d=a_1+9d$

$a_1=-2d$

이다.

따라서

$$\frac{b_8}{b_{10}}=\frac{4a_1+14d}{4a_1+15d}$$

$$=\frac{4\times(-2d)+14d}{4\times(-2d)+15d}$$

$$=\frac{6}{7}$$

이므로

$p=7,\ q=6$
이다.
따라서
$p+q=7+6=13$

정답 13

30. **출제의도** : 미분법과 주어진 조건을 이용하여 함수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :
조건 (가)에 의하여 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프와 이차함수 $y=g(x)$의 그래프는 $x=\alpha$인 점에서 만나고 그 점에서 접선의 기울기가 같으므로
방정식 $f(x)-g(x)=0$은 $x=\alpha$를 중근으로 갖는다.
 따라서 또 다른 한 근을 γ라 하면
$f(x)-g(x)=(x-\alpha)^2(x-\gamma)\cdots$ ㉠
㉠의 양변을 미분하면
$f'(x)-g'(x)=2(x-\alpha)(x-\gamma)+(x-\alpha)^2$
따라서 조건 (나)에 의하여
$f'(\beta)-g'(\beta)$
$=2(\beta-\alpha)(\beta-\gamma)+(\beta-\alpha)^2=0$
$\alpha\neq\beta$**이므로**
$2(\beta-\gamma)+\beta-\alpha=0$
$$\gamma=\frac{3\beta-\alpha}{2}$$
즉, ㉠에 대입하면
$$f(x)-g(x)=(x-\alpha)^2\left(x-\frac{3\beta-\alpha}{2}\right)\cdots ㉡$$
또한, 이차함수 $y=g(x)$의 그래프의 대칭축은 $g'(\alpha)=-16,\ g'(\beta)=16$에서
$$x=\frac{\alpha+\beta}{2}$$
이므로
$$g(x)=2\left(x-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2+k\ (k\text{는 상수})$$
라 놓으면
$$g'(x)=4\left(x-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$
따라서
$$g'(\alpha)=4\left(\alpha-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)=4\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$
$$=2(\alpha-\beta)=-16$$
에서 $\alpha-\beta=-8$ 이다.
㉡에 $\beta+1$을 대입하면
$f(\beta+1)-g(\beta+1)$
$$=(\beta+1-\alpha)^2\left(\beta+1-\frac{3\beta-\alpha}{2}\right)$$
$$=(\alpha-\beta-1)^2\left(\frac{\alpha-\beta+2}{2}\right)$$
$$=(-8-1)^2\left(\frac{-8+2}{2}\right)$$
$=81\times(-3)=-243$
따라서
$g(\beta+1)-f(\beta+1)=243$
이다.

정답 243