

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 4x + 9)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\log_3 1 + \log_3 9$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 4\}$ 에 대하여 집합 A^C 의 원소의 개수는? (단, A^C 은 A 의 여집합이다.) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an + 2}{2n - 1} = 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

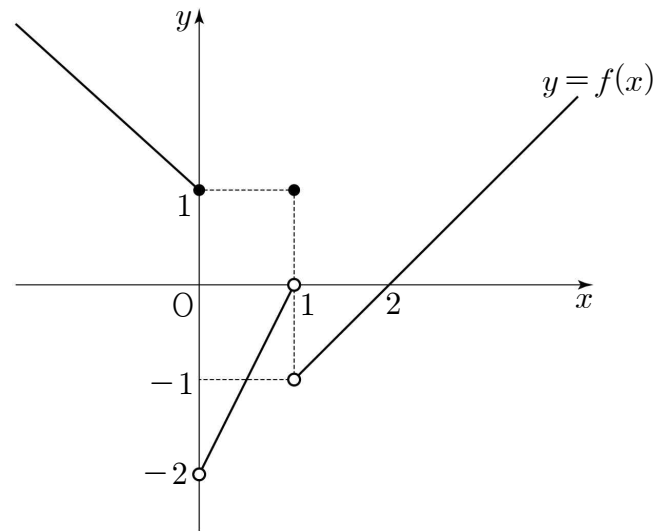
5. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 두 함수 $f(x) = x - 3$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여
($g \circ f$)(5)의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

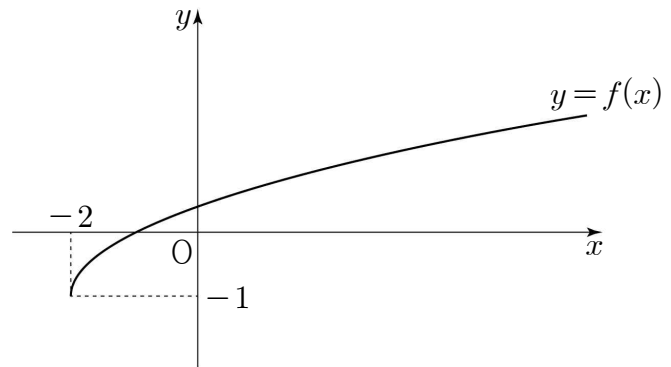
8. 함수 $f(x) = \int (3x^2 - 6x) dx$ 에 대하여 $f(0) = 7$ 일 때,
 $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 유리함수 $f(x) = \frac{x+b}{x-a}$ 의 그래프가 점 (3, 7)을 지나고,
 직선 $x=2$ 를 한 점근선으로 가질 때, $a+b$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
 $f(7)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

11. $\sqrt[3n]{8^4}$ 이 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합은?

[3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$a_{n+1} = \frac{n+4}{2n-1}a_n$ 을 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

13. 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x-3}{2}\right)^n$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14. 함수 $f(x) = x^2 - ax + 3$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6

수학 영역(나형)

15. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x 가

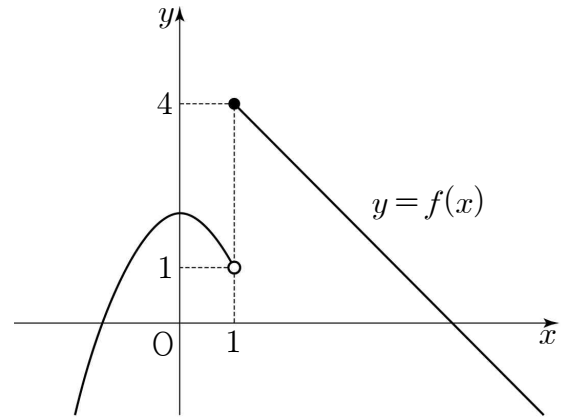
$$x = t^3 - 9t^2 + 8t$$

이다. 점 P가 처음으로 원점을 지날 때, 점 P의 속도는? [4점]

- ① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

16. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

함수 $g(x) = x^2 + ax - 9$ 일 때, 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x = 1$ 에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [4점]



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 닫힌 구간 $[1, 4]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

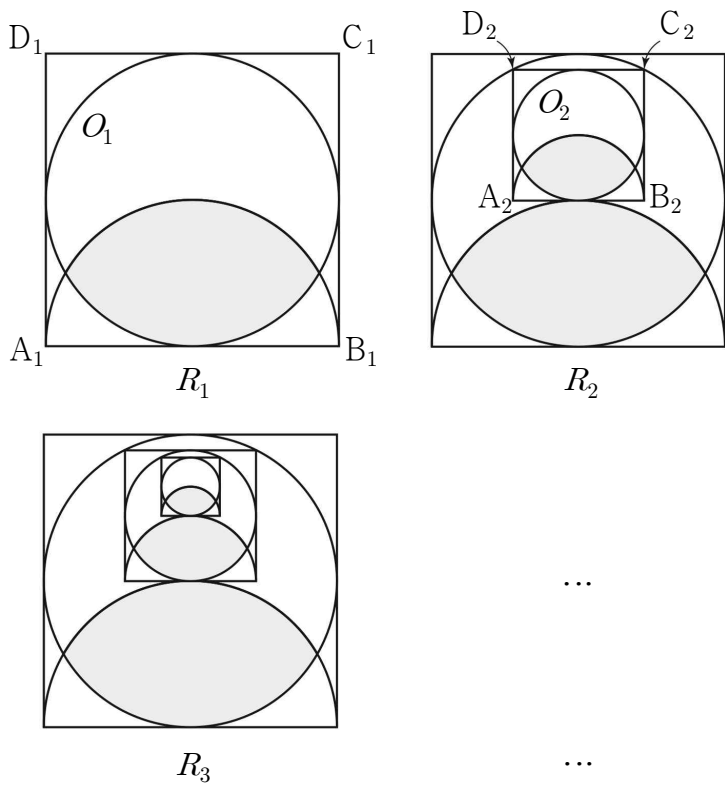
18. 다섯 개의 실수 a, x, y, z, b 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 다섯 개의 실수 a, p, q, r, b 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $ab \neq 0$) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a + b = 2y$
 ㄴ. $aprb = q^3$
 ㄷ. $(x + z)^2 \geq 4pr$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다.
 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에 내접하는 원 O_1 과 선분 A_1B_1 을
 지름으로 하는 원의 위쪽 반원을 그린다.
 원 O_1 의 내부와 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의
 내부의 공통부분인 \odot 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을
 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 원 O_1 의 내부의 색칠하지 않은 부분인 \frown 모양의
 도형 내부에 원 O_1 의 중심을 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선 위의
 두 점 A_2, B_2 와 원 O_1 위의 두 점 C_2, D_2 를 꼭짓점으로 하는
 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.
 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 내접하는 원 O_2 과 선분 A_2B_2 를 지름으로
 하는 원의 위쪽 반원을 그린다.
 원 O_2 의 내부와 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 원의 위쪽 반원의
 내부의 공통부분인 \odot 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을
 R_2 라 하자.
 그림 R_2 에서 원 O_2 의 내부의 색칠하지 않은 부분인 \frown 모양의
 도형 내부에 그림 R_1 에서 그림 R_2 를 얻는 것과 같은 방법으로
 만들어지는 \odot 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라
 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는
 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9}{4} \left(\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$ ② $\frac{5}{2} \left(\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$ ③ $\frac{7}{2} \left(\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$
- ④ $\frac{4}{3} \left(\frac{8}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$ ⑤ $\frac{7}{4} \left(\frac{8}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$

20. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 21 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합
 X, Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $n(X \cup Y) = 17, n(X \cap Y) = 1$
- (나) 집합 X 의 임의의 서로 다른 두 원소는
 서로 나누어떨어지지 않는다.

집합 X 의 모든 원소의 합을 $S(X)$, 집합 Y 의 모든 원소의 합을
 $S(Y)$ 라 할 때, $S(X) - S(Y)$ 의 최댓값은? (단, $n(X) \geq 2$)

[4점]

- ① 140 ② 144 ③ 148 ④ 152 ⑤ 156

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $|f(x)-t|$ 가 미분가능하지 않은 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f'(x)=0$ 의 실근은 1, 4뿐이다.
- (나) 함수 $g(t)$ 는 $t=2$ 와 $t=-25$ 에서만 불연속이다.
- (다) 방정식 $f(x)=0$ 은 4보다 큰 실근을 갖는다.

$f(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① 41 ② 44 ③ 47 ④ 50 ⑤ 53

단답형

22. $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{5}{4}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=3x-7$ 에 대하여 $f^{-1}(8)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\sum_{k=1}^{10}(k+1)^2 - \sum_{k=1}^{10}(k-1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \leq 2) \\ x^2+4x+6 & (x > 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 실수 x 에 대한 두 조건 p, q 가

$$p : x^2 - 4n^2 < 0,$$

$$q : x^2 - 6x + 5 = 0$$

이다. p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [4점]

27. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n^2} - 2\right)$ 가

수렴할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 5a_n}{n^2 + a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a_1 = 2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 이차방정식

$$x^2 - 2\sqrt{a_n}x + a_{n+1} - 3 = 0$$
이 중근을 갖는다.

29. 두 실수 $a(a \neq 0)$, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - bx^2 - (a-4)x - 3a^2,$$

$$g(x) = (a+b)x^2 - 2(a+2)x$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고
방정식 $f(x)+g(x)=0$ 이 서로 다른 2개의 실근을 갖는다.

다음은 실수 b 의 범위를 구하는 과정이다.

함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하므로 a 는 양수이다.

방정식 $f'(x)=0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = 4b^2 + \boxed{\text{(가)}} \leq 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

방정식 $f(x)+g(x)=0$ 이 서로 다른 2개의 실근을 가지므로

방정식 $x^3 + 3x^2 - 9x = \boxed{\text{(나)}}$ 의 서로 다른 실근의

개수는 2이다.

$h(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ 라 하자.

함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-3	...	1	...
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 $a = \boxed{\text{(다)}}$ $\textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서

$$-\sqrt{3} \leq b \leq \sqrt{3}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $F(a)$, $G(a)$ 라 하고,

(다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $F(5)+G(4)+k$ 의 값을 구하시오.

[4점]

30. 자연수 m 에 대하여 집합 A_m 을

$$A_m = \{ab \mid \log_2 a + \log_4 b \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수,}$$

$$a(1 \leq a \leq m) \text{은 자연수, } b = 2^k (k \text{는 정수})\}$$

라 하자. $n(A_m) = 205$ 가 되도록 하는 m 의 최댓값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.